

# Zerkleinerung von Rohstoffen

Die Kollisionsmechanik der Prall- und Schlagzerkleinerung – Teil 2

## Comminution of raw materials

The collision mechanics of impact and percussion comminution – Part 2



Der Prallbrecher zerkleinert das Aufgabematerial nach dem Prinzip der Prall- und Schlagzerkleinerung  
The impact crusher crushes the feed material according to the impact crushing principle

**Autor/Author:**

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Georg Unland  
Technische Universität Bergakademie Freiberg

**Zusammenfassung:** Die Zerkleinerung von Primär- und Sekundärrohstoffen basiert in zahlreichen Maschinen auf dem physikalischen Effekt Stoß. Die Umsetzung des Effektes erfolgt durch die Wirkprinzipien Prall und Schlag. Diese Wirkprinzipien weisen vier Arten von Kollisionen zwischen den Rohstoffpartikeln untereinander bzw. mit den Maschinenteilen auf: elastisch-plastische, zurückspringende, durchdringende und energiefreisetzende Kollisionen.

Teil 2 des Fachbeitrags befasst sich mit der Erweiterung der Stoßtheorie zur Kollisionstheorie, die ihre physikalische Formulierung ermöglicht. Dazu wird die Stoßzahl weitergefasst und Kollisionszahl genannt. Der Wertebereich reicht dann von - 1 bis  $\infty$ . Dabei charakterisiert die Kollisionszahl von - 1 bis 0 die durchdringende, von 0 bis 1 die elastisch-plastische und zurückspringende und von 1 bis  $\infty$  die energiefreisetzende Kollision. Zerkleinerung erfolgt bei allen Kollisionsarten außer bei elastisch-plastischen.

**Summary:** In numerous machines, the comminution of primary and secondary raw materials is based on the physical effect of collision. This effect is realized by means of the active principles of impact and percussion. These active principles effect four types of collision either between the raw material particles or with machine components: elastic-plastic, rebounding, penetrating and energy-releasing collisions.

Part 2 of the technical article focusses on the widening of the theory of restitution to the theory of collision, enabling its formulation in physical terms. For this purpose, the coefficient of restitution is extended and termed the coefficient of collision. The value range then extends from - 1 to  $\infty$ . Here the coefficient of collision from - 1 to 0 characterizes the penetrating collision, from 0 to 1 the elastic-plastic and rebounding collisions and from 1 to  $\infty$  the energy-releasing collision. Comminution is effected in all collision types apart from in elastic-plastic collisions.

Fortsetzung von Teil 1 des Fachbeitrags, veröffentlicht in der AT 10/2023, S. 46-56.

Continuation of Part 1 of the technical contribution published in AT 10/2023, pp. 46-56.

**4 Physik der Kollision**

Hochgeschwindigkeitsfilmaufnahmen der Vorgänge in den Prozessräumen der Zerkleinerungsmaschinen zeigen unterschiedliches Verhalten der Partikel bei deren Zusammentreffen mit den feststehenden und den sich bewegenden Arbeitsflächen der Maschine sowie untereinander. Dabei kommt es zu unterschiedlichen Kollisionen. Für die Aufstellung eines Kollisionsmodells müssen die einzelnen Kollisionsarten definiert und die sich dabei ablaufenden Teilprozesse physikalisch beschrieben werden.

**4.1 Kollisionsarten**

Insgesamt sind vier Arten von Kollisionen erkennbar (Bild 6). Sie unterscheiden sich durch die Geschwindigkeiten der beteiligten Körper nach der Kollision und dadurch, ob eine Zerkleinerung bei der Kollision stattfindet.

**4.1.1 Elastisch-plastische Kollision**

Beim Kontakt zwischen einem Partikel mit einem feststehenden oder einem bewegten Teil der Maschine bzw. mit einem anderen Partikel bewegt sich anschließend das Partikel

Kollisionsart	vor Kontakt	nach Kontakt	Geschwindigkeiten	Zerkleinerung
elastisch-plastische Kollision			$v_1 > v_2$ $w_1 < -v_1$ $w_2 > v_2$	nein
zurückspringende Kollision			$v_1 > v_2$ $w_1 < -v_1$ $w_2 \geq 0$	ja
durchdringende Kollision			$v_1 > v_2$ $w_1 \approx v_1, w_1 < v_1$ $w_2 \geq 0$	ja
energiefreisetzende Kollision			$v_1 > v_2$ $w_1 > -v_1$ $w_2 > v_2$	ja

6 Kollisionsarten  
Types of collision

© Georg Unland

in entgegengesetzter Richtung, sofern kein ideal plastischer Stoß vorliegt. Bei dieser Kollisionsart erfolgt keine Zerkleinerung. Das elastisch-plastische Verhalten der beiden Kollisionspartner bestimmt das Geschwindigkeitsverhältnis nach dem Kontakt.

#### 4.1.2 Zurückspringende Kollision

Ist die kinetische Energie eines Kollisionspartners ausreichend, wird das Partikel bei der Kollision zerkleinert. Zusätzlich zu den Energieverlusten der plastischen Verformungen kommt noch die Zerkleinerungsenergie hinzu. Nach der Kollision bewegt sich das Partikel in entgegengesetzter Richtung.

#### 4.1.3 Durchdringende Kollision

Bei der Zerkleinerung der Partikel setzen diese den Arbeitsflächen der Maschinen einen geringen „Widerstand“ entgegen. In Prall- oder Hammerbrechern sieht man besonders deutlich, dass die Arbeitsflächen das Partikel bei der Zerkleinerung „durchdringen“ und sie ihre Geschwindigkeiten nicht umkehren. Im Grenzfall setzt das Partikel den Arbeitsflächen keinen Widerstand entgegen (widerstandslose Kollision). Bildlich ist beispielhaft das Durchdringen eines Hammers durch ein Blatt Papier vorstellbar oder auch eine streifende Kollision zwischen Partikel und Arbeitsfläche.

#### 4.1.4 Energiefreisetzende Kollision

Sowohl bei Primär- und Sekundärrohstoffen gibt es zu zerkleinernde Aufgabegüter, die bei Belastung Energie freisetzen. Bei Primärrohstoffen können dies nicht-gezündete, schlagempfindliche Sprengstoffe sein. Beim Recycling von Sekundärrohstoffen sind das nicht vorher demontierte Airbags bei Kraftfahrzeugen. Ähnliche Phänomene können beim Batterierecycling auftreten. In solchen Fällen übersteigen die Geschwindigkeiten der Partikel nach der Kollision deren Anfangsgeschwindigkeiten. Im Grenzfall erreicht ein Kollisionspartner eine „unendlich“ große Geschwindigkeit (explosive Kollision).

### 4.2 Physikalisches Kollisionsmodell

Eine Formulierung der physikalischen Zusammenhänge der Kollisionsmechanik muss also auch die Teilprozesse widerspiegeln, die in Zerkleinerungsmaschinen vorkommen und nicht von der klassischen Stoßtheorie abgebildet werden. Sofern kein Strukturversagen erfolgt, beschreibt die Stoßtheorie die Reflexion der Partikel an den bewegten und unbewegten Flächen der Maschine sowie deren Stöße untereinander. Dieser Teil der klassischen Stoßtheorie ist integraler Bestandteil des Modells der Kollisionsmechanik. Die anderen Teilprozesse sind damit noch nicht berücksichtigt. Die Stoßtheorie ermöglicht jedoch die Geschwindigkeits- und Impulsänderungen sowie den Energieverlust der Partikel aufgrund des Stoßes in Abhängigkeit der Stoßzahl  $k$  und den verursachenden Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  der beteiligten Massen  $m_1$  und  $m_2$  zu ermitteln. Das physikalische Kollisionsmodell baut nun auf der klassischen Stoßtheorie auf, indem die Stoßzahl  $k$  weiter gefasst wird. Die dafür eingeführte Kollisionszahl  $c$  muss also den Gültigkeitsbereich der Stoßzahl  $k$  sowie die Einbeziehung der anderen Teilprozesse ermöglichen. Als Grundlage dienen die drei Definitionen (3), (31) und (47) der Stoßzahl  $k$ . Es gelten dann folgende Proportionalitäten.

### 4 Physics of collision

High-velocity film recordings of the processes in the process chambers of the comminution machines show different behaviour of particles when they collide with the non-moving and moving work surfaces of the machine as well as with each other. Different collisions result. For the generation of a collision model, the individual collision types must be defined and the subprocesses taking place described in physical terms.

#### 4.1 Types of collision

A total of four types of collision can be identified (Fig. 6). They differ based on the velocities of the bodies involved after the collision and, as a result, on whether a comminution has been effected during the collision.

##### 4.1.1 Elastic-plastic collision

On contact between a particle with a fixed (non-moving) or a moving part of the machine or with another particle, the particle then moves in the opposition direction, providing no ideal plastic collision takes place. In this type of collision, no comminution is effected. The elastic-plastic behaviour of the two collision partners determines the velocity ratio after their contact.

##### 4.1.2 Rebounding collision

If the kinetic energy of one collision partner is sufficient, the particle is comminuted during the collision. In addition to the energy losses of the plastic deformations comes the comminution energy. After the collision, the particle moves in the opposite direction.

##### 4.1.3 Penetrating collision

During the comminution of the particles, these present low “resistance” to the work surfaces of the machines. In impact or hammer crushers, it can be seen particularly clearly that the work surfaces “penetrates” the particle during comminution and they do not invert their velocities. In the borderline case, the particle does not present any resistance to the work surfaces (no-resistance collision). This can be visualized, for example, as the penetration of a hammer through a sheet of paper or even a grazing collision between particle and work surface.

##### 4.1.4 Energy-releasing collision

Both in the case of primary and secondary resources, it may be necessary to comminute feed materials that release energy when exposed to load. In the case of primary raw materials, these can be unexploded, impact-sensitive explosives. In the recycling of secondary resources, these may be airbags that have not been previously removed from motor vehicles. Similar phenomena can occur during battery recycling. In such cases, the velocities of the particles after the collision exceed their initial velocities. In the borderline case, one collision partner reaches an “infinitely” high velocity (explosive collision).

#### 4.2 Physical collision model

A formulation of the physical relations in collision mechanics also has to reflect the subprocesses that occur in comminution machines and cannot be represented with the classical



Aus Gleichung (3) folgt nach Auflösung nach der resultierenden Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta w$ :

$$\Delta w \sim -c \Delta v \quad (59)$$

Für die Impulsänderung  $\Delta p$  gilt mit (8) und (16):

$$\Delta p \sim (1 + c) M \Delta v \quad (60)$$

bzw. für die Kontaktkräfte  $F$  mit (5), (7) und (8)

$$F \sim (1 + c) M \Delta v, \quad (61)$$

$$\text{wobei } M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \text{ ist.} \quad (62)$$

Das Verständnis des Energieverlustes  $\Delta E_v$  der Stoßtheorie wird dahingehend interpretiert, dass dieser Energieanteil als Änderung der inneren Energie  $\Delta E$  der Partikel aufgefasst wird. Daraus folgt dann aus (46):

$$\Delta E \sim (1 - c^2) M \Delta v^2 \quad (63)$$

Damit bekommt  $\Delta E$  zwei Bedeutungen.  $\Delta E$  kann im Sinne von  $\Delta E_v$  als nicht wiedergewinnbarer Energieanteil der Stoßteilnehmer aufgefasst werden, d.h.  $\Delta E > 0$ . Im Fall der Energiefreisetzung während der Kollision ermöglicht  $\Delta E$  eine Geschwindigkeits-, Kraft- und Impulserhöhung der Kollisionspartner, d.h.  $\Delta E < 0$ . Auf dieser Grundlage können nun die vier Teilprozesse in Zerkleinerungsmaschinen physikalisch mit Hilfe der Kollisionszahl  $c$  beschrieben werden:

#### 4.2.1 Elastisch-plastische Kollision

Die Kollisionszahl wird durch die klassische Stoßtheorie beschrieben, so dass gilt:

$$c = k \quad (64)$$

Der Wertebereich ist dann

$$0 \leq c \leq 1 \quad (65)$$

Eine ideal plastische Kollision bedeutet  $c = 0$  und eine ideale elastische Kollision  $c = 1$ .

#### 4.2.2 Zurückspringende Kollision

Ähnlich wie bei der elastisch-plastischen Kollision kann formell die Kollisionszahl wie die Stoßzahl definiert werden. Jedoch berücksichtigt sie in diesem Fall auch die aufzubringenden Energieanteile der Zerkleinerung. Die Kollisionszahl bleibt aber im Wertebereich  $0 \leq c \leq 1$ .

Die Interpretation wie im Fall elastisch-plastische Kollision ist jedoch nicht zulässig.

#### 4.2.3 Durchdringende Kollision

Bei dieser Kollisionsart findet keine Geschwindigkeitsumkehr statt, d.h.  $\Delta v$  und  $\Delta w$  weisen positive Werte auf. Somit kann die Kollisionszahl  $c$  auch negative Werte annehmen. Setzt das Partikel praktisch keinen Widerstand den Arbeitsflächen der Maschine entgegen, nimmt die Kollisionszahl den Wert  $c = -1$  an (widerstandslose Kollision). In solch einem Grenzfall treten keine

restitution theory. Providing no structure failure takes place, the restitution theory describes the reflection of the particles at the moving and fixed (non-moving) surfaces of the machine and the collisions with each other. This part of classical restitution theory is an integral element in the collision mechanics model. The other subprocesses are not yet taken into consideration with this model. However, the theory of restitution enables determination of the velocity and momentum changes as well as the energy loss of the particles on account of the collision as a function of the coefficient of restitution  $k$  and the causal velocities  $v_1$  and  $v_2$  of the masses  $m_1$  and  $m_2$  involved. The physical collision model now builds on the classical restitution theory in that the coefficient of restitution  $k$  is given a broader definition. The coefficient of collision  $c$  introduced for this therefore has to enable the validity range of the coefficient of restitution  $k$  as well as enable the incorporation of the other subprocesses. The three definitions (3), (31) and (47) of the coefficient of restitution  $k$  serve as a basis. Then the following proportionalities apply.

From Equation (3), it follows after solution according to the resulting velocity difference  $\Delta w$ :

$$\Delta w \sim -c \Delta v \quad (59)$$

For the momentum change  $\Delta p$ , the following applies with (8) and (16):

$$\Delta p \sim (1 + c) M \Delta v \quad (60)$$

or for the contact forces  $F$  with (5), (7) and (8)

$$F \sim (1 + c) M \Delta v, \quad (61)$$

$$\text{whereby } M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (62)$$

The understanding of the energy loss  $\Delta E_v$  of the restitution theory is interpreted such that this energy share is understood as a change in the intrinsic energy  $\Delta E$  of the particles. From this, it follows from (46):

$$\Delta E \sim (1 - c^2) M \Delta v^2 \quad (63)$$

With this,  $\Delta E$  gets two meanings.  $\Delta E$  can be understood in the sense of  $\Delta E_v$  as non-recoverable energy part of the collision participants, i.e.  $\Delta E > 0$ . In the case of energy release during the collision,  $\Delta E$  enables a velocity, force and momentum increase of the collision partners, i.e.  $\Delta E < 0$ . On this basis, now the four subprocesses in comminution machines can be described in physical terms with the help of the coefficient of collision  $c$ :

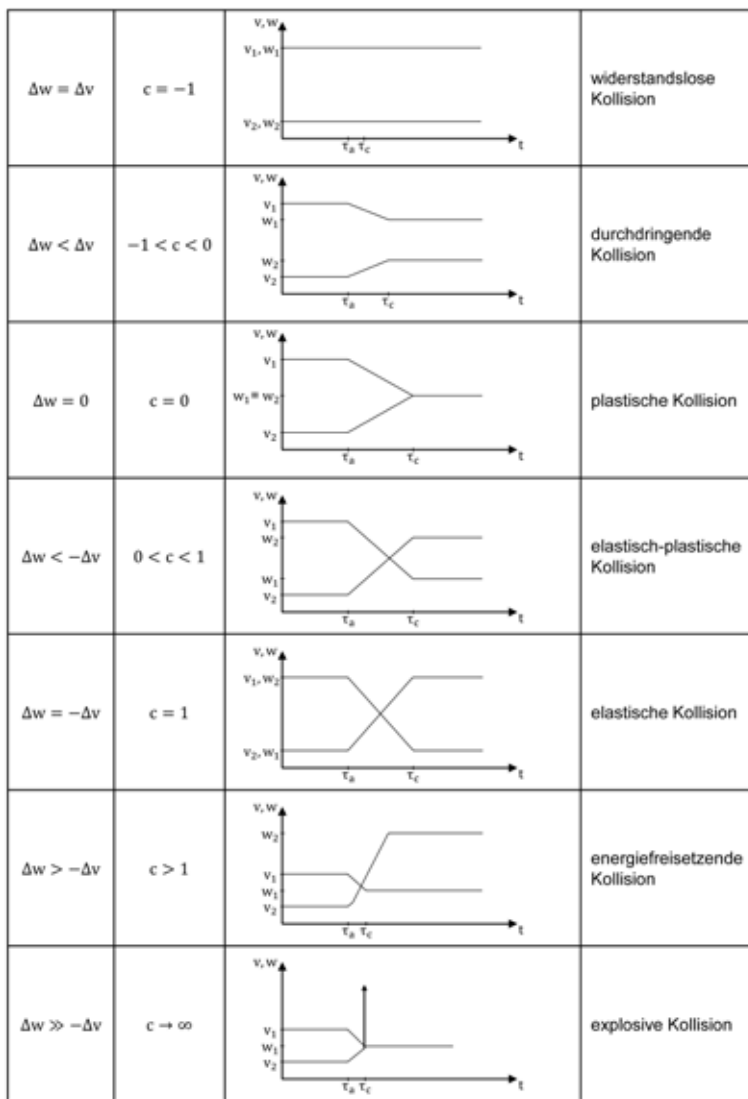
#### 4.2.1 Elastic-plastic collision

The coefficient of collision is described by the classical theory of restitution, so that the following applies:

$$c = k \quad (64)$$

The value range is then

$$0 \leq c \leq 1 \quad (65)$$



© Georg Unland

7 Geschwindigkeitsverläufe bei verschiedenen Kollisionsarten  
Velocity curves for different types of collision

An ideal plastic collision means  $c = 0$  and an ideal elastic collision  $c = 1$ .

#### 4.2.2 Rebounding collision

Similar to elastic-plastic collision, the coefficient of collision is defined like the coefficient of restitution. However, in this case, it takes into consideration the energy shares required for comminution. The coefficient of collision remains, however, in the value range  $0 \leq c \leq 1$ .

The interpretation, as in the case of elastic-plastic collision, is, however, not permissible.

#### 4.2.3 Penetrating collision

With this type of collision there is no velocity inversion, that is  $\Delta v$  and  $\Delta w$  have positive values. Accordingly, the coefficient of collision  $c$  can also take on negative values. If the particle presents practically no resistance to the work surfaces of the machine, the coefficient of collision  $c$  takes the value  $c = -1$  (no-resistance collision). In such a borderline case, no contact force and no energy exchange occur. A value smaller than  $-1$  is not possible as in such a case for a collinear centric collision, tensile forces would develop (see (61)). Furthermore, unlike the rebounding collisions, this type of collision exhibits an opposite sign for the coefficient of collision. Both sub-processes are, however, associated with loss, that is in both cases the change in the intrinsic energy  $\Delta E$  must exhibit the same sign. So that (63) is  $\Delta E \sim (1 - c^2)$ , the sign of the coefficient of collision  $c$  has no influence, providing  $|c| \leq 1$ .

Accordingly, in the case of penetrating collision, all three boundary conditions (59), (61) and (63) can be fulfilled. For the coefficient of collision  $c$ , it then applies:

$$-1 \leq c \leq 0 \tag{66}$$

#### 4.2.4 Energy-releasing collision

If energy is released by the particle during the collision, the difference in velocity  $\Delta w$  after the collision can be greater than the initial difference in velocity  $\Delta v$ . For this, a correspondingly acting force is necessary. The released energy  $\Delta E$  must by definition exhibit a change in sign to the lost energy  $\Delta E_V$ , i.e.  $c > 1$ . Accordingly, the three boundary conditions are fulfilled (59), (61) and (63). In borderline cases, the velocity difference, the contact forces and the released energy can be become very great, theoretically infinitely great (explosive collision). The coefficient of collision then covers the range

$$1 < c < \infty \tag{67}$$

Representing the three boundary conditions  $\Delta w$  (59),  $\Delta p$  (60) or  $F$  (61) and  $\Delta E$  (63), respectively, the velocity curves of the two collision partners are shown as function of the collision time  $t$  (Fig. 7). Given the same difference in initial velocity  $\Delta v$ , the difference in velocity  $\Delta w$  of the two bodies after the collision is determined based on the coefficient of collision  $c$ .

Kontaktkraft und kein Energieaustausch auf. Ein Wert kleiner  $-1$  ist nicht möglich, da in solch einem Fall bei einer geraden zentrischen Kollision Zugkräfte auftreten würden (siehe (61)). Weiterhin weist im Gegensatz zur zurückspringenden Kollision diese Kollisionsart ein entgegengesetztes Vorzeichen der Kollisionszahl  $c$  auf. Beide Teilprozesse sind jedoch verlustbehaftet, d.h. in beiden Fällen muss die Änderung der inneren Energie  $\Delta E$  ein gleiches Vorzeichen aufweisen. Da mit (63)  $\Delta E \sim (1 - c^2)$  ist, hat das Vorzeichen der Kollisionszahl  $c$  keinen Einfluss, sofern  $|c| \leq 1$ .

Somit können im Fall der durchdringenden Kollision alle drei Randbedingungen (59), (61) und (63) erfüllt werden. Für die Kollisionszahl  $c$  gilt dann:

$$-1 \leq c \leq 0 \tag{66}$$

#### 4.2.4 Energiefreisetzende Kollision

Kommt es während der Kollision zur Energiefreisetzung durch das Partikel, kann die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta w$  nach der Kollision größer sein als die Ausgangsgeschwindigkeitsdifferenz  $\Delta v$ . Dazu ist auch eine entsprechend wirkende Kraft notwendig. Die freigesetzte Energie  $\Delta E$  muss definitionsgemäß einen Vorzeichenwechsel zur Verlustenergie  $\Delta E_V$  aufzeigen,

d. h.  $c > 1$ . Somit werden die drei Randbedingungen (59), (61) und (63) erfüllt. Im Grenzfall können die Geschwindigkeitsdifferenz, die Kontaktkräfte und die freigesetzte Energie sehr groß, theoretisch unendlich groß werden (explosive Kollision). Die Kollisionszahl deckt dann den Bereich

$$1 < c < \infty \quad \text{ab.} \quad (67)$$

Stellvertretend für die drei Randbedingungen  $\Delta w$  (59),  $\Delta p$  (60) bzw.  $F$  (61) und  $\Delta E$  (63) sind die Geschwindigkeitsverläufe der zwei Kollisionspartner in Abhängigkeit der Kollisionszeit  $t$  dargestellt (Bild 7). Die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta w$  der beiden Körper nach der Kollision wird bei gleicher Ausgangsgeschwindigkeitsdifferenz  $\Delta v$  durch die Kollisionszahl  $c$  bestimmt. Somit besteht ein einfacher funktionaler Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Geschwindigkeitsdifferenzen nach und vor der Kollision und der Kollisionszahl  $c$  (Bild 8). Ebenso können die Impuls-, Kraft- und Energieverläufe dargestellt werden, jedoch mit anderen funktionellen Beziehungen.

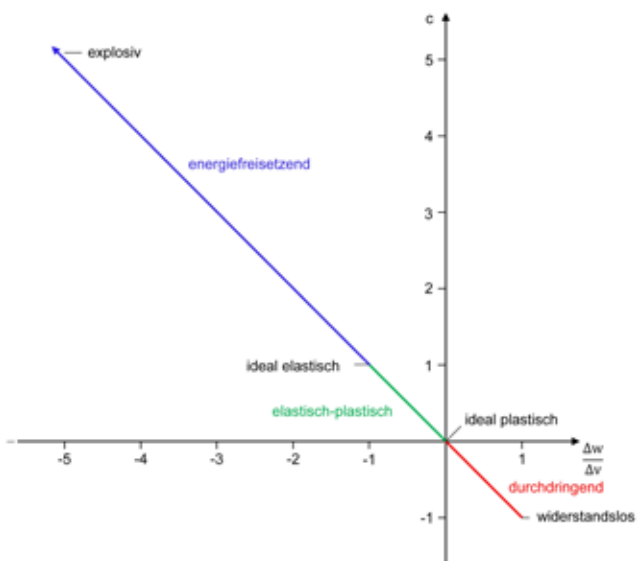
### 4.3 Kollisionszahl

Die Ermittlung der Kollisionszahl muss alle Kollisionsarten ermöglichen. Dazu sind ein entsprechender Versuchsaufbau sowie eine angepasste Versuchsauswertung notwendig.

#### 4.3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau muss so konzipiert werden, dass das Partikel unterschiedlich stark belastet werden kann. Da die Partikelmassen nicht gleich sind, dient als integrale Größe die auf das Partikel wirkende partikelmassenbezogene Energie. Die bei der Kollision verbrauchte Energie/Arbeit muss sowohl bei Strukturertalt als auch bei Strukturverlust (Zerkleinerung) des Partikels gemessen werden können. Ein Schlagwerk erfüllt diese Anforderungen (Bild 9).

An einem Amboss liegt ein Partikel, das mit einem Schlagwerk bekannter Masse einem Schlag ausgesetzt wird. Die Geometrie des Ambosses und die Kinematik des Schlagwerkes sind so aufeinander



8 Kollisionszahl  $c$  als Funktion der Geschwindigkeitsverhältnisse  $\Delta w/\Delta v$  bei unterschiedlichen Kollisionsarten

Coefficient of collision  $c$  as a function of the velocity relations  $\Delta w/\Delta v$  for different types of collision

Accordingly, a simple functional relation exists between the ratio of the velocity differences after and before the collision and the coefficient of collision  $c$  (Fig. 8). Likewise, the momentum, force and energy curves can be shown, however, with other functional relations.

### 4.3 Coefficient of collision

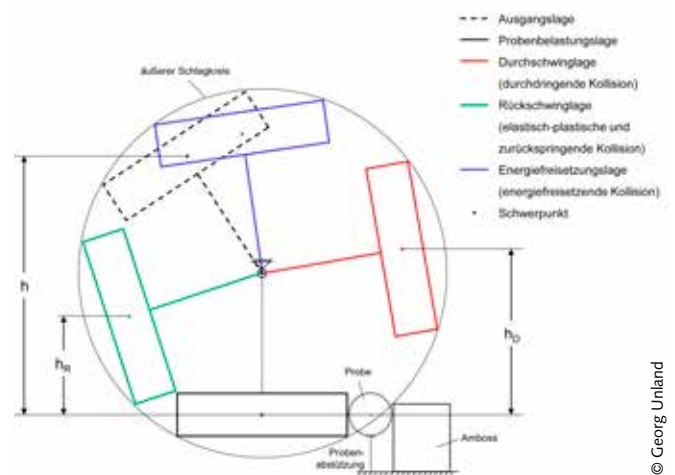
Determination of the coefficient of collision must enable all types of collision. For this, a corresponding test set-up and modified test evaluation are necessary.

#### 4.3.1 Test set-up

The test set-up must be designed such that the particle can be exposed to different loads. As the particle masses are not equal, the particle-mass-specific energy acting on the particle serves as the integral value. It must be possible to measure the energy/work consumed during the collision both in the case of structural preservation as well as structural loss (comminution) of the particle. A striking mechanism meets these requirements (Fig. 9).

On an anvil lies a particle that is exposed to a blow from a striking element of known mass. The geometry of the anvil and the kinematics of the striking mechanism are coordinated with each other so that on contact with the particle, the particle is loaded between two parallel surfaces. The vertical position of the particle is maintained with loose bending and vertical support by means of a paper strut. If failure occurs, i.e. fracture of the particle, the striking element can swing through, but also swing back. In the case of structural preservation, the striking element swings back. The defined load on the particle between two parallel surfaces applies only in the case of small deformation trajectories to fracture, i.e. with brittle material behaviour.

In the test, the velocity immediately before and after the collision ( $v$  or  $w$ ) as well as the starting height  $h$  and swing-through height  $h_D$  or reverse swing height  $h_R$  of the pendulum can be measured and accordingly the energy loss occurring during the collision can be determined. With the relations for the potential and kinetic energy of the pendulum



9 Schlagwerk  
Striking mechanism

abgestimmt, dass beim Kontakt mit dem Partikel dieses zwischen zwei parallelen Flächen belastet wird. Die vertikale Haltung des Partikels erfolgt biege- und druckstützenschlaff durch eine Papierstütze. Sollte es zum Versagen, d.h. Bruch des Partikels kommen, kann das Schlagwerk durchschwingen, aber auch zurückschwingen. Bei Strukturverlust schwingt das Schlagwerk zurück. Die definierte Belastung des Partikels zwischen zwei parallelen Flächen gilt nur bei geringen Deformationswegen bis zum Bruch, d.h. bei sprödem Materialverhalten.

Beim Versuch kann sowohl die Geschwindigkeit unmittelbar vor und nach dem Stoß ( $v$  bzw.  $w$ ) als auch die Ausgangshöhe  $h$  und Durchschwinghöhe  $h_D$  bzw. Rückschwinghöhe  $h_R$  des Pendels gemessen und damit der beim Stoß aufgetretene Energieverlust ermittelt werden. Mit den Beziehungen für die potenzielle und kinetische Energie des Pendels

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (68)$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2 \quad (69)$$

gilt dann für den Energieverlust  $\Delta E$

$$\Delta E = mg(h - h_D) \quad (70)$$

im Fall des Durchschwingens

$$\Delta E = mg(h - h_R) \quad (71)$$

im Fall des Rückschwingens

$$\text{bzw. } \Delta E = \frac{1}{2} m(v^2 - w^2). \quad (72)$$

Bei Messung der Ausgangs- und Durch- bzw. Rückschwinghöhe des Pendels errechnet sich

$$c = \sqrt{\frac{h_D}{h}} \quad \text{bzw.} \quad c = \sqrt{\frac{h_R}{h}} \quad (73), (74)$$

Alternativ kann die Kollisionszahl direkt aus der Geschwindigkeit des Pendels vor und nach dem Stoß berechnet werden:

$$c = \frac{w}{v} \quad (75)$$

oder indirekt aus den Höhen des Pendels vor und nach dem Stoß:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (76)$$

$$\text{und } w = \sqrt{2gh_D} \quad \text{bzw.} \quad w = \sqrt{2gh_R} \quad (77), (78)$$

Über die Pendelmasse können bei dieser Messmethode hohe Eintragsenergien verwirklicht werden. Nachteilig sind jedoch niedrige Belastungsgeschwindigkeiten.

#### 4.3.2 Versuchsmaterial

Bei den Versuchen wurden zwei grundlegend unterschiedliche Versuchskörper eingesetzt. Die ersten Versuchskörper bestanden aus Glaskugeln aus einem Produktionsprozess. Diese praktisch idealen Versuchskörper wiesen keinen Formeinfluss, kein anisotropes Gefüge auf und ließen Versuchsergebnisse ohne großen Streubereich erwarten. Die Kugeln hatten

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (68)$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2 \quad (69)$$

then the following applies for the energy loss  $\Delta E$

$$\Delta E = mg(h - h_D) \quad (70)$$

in the case of the through-swing

$$\Delta E = mg(h - h_R) \quad (71)$$

in the case of the reverse swing

$$\text{or } \Delta E = \frac{1}{2} m(v^2 - w^2). \quad (72)$$

With measurement of the starting, through-swing and reverse-swing height of the pendulum the following is calculated

$$c = \sqrt{\frac{h_D}{h}} \quad \text{or} \quad c = \sqrt{\frac{h_R}{h}} \quad (73), (74)$$

Alternatively, the coefficient of collision can be calculated directly from the velocity of the pendulum before and after the collision:

$$c = \frac{w}{v} \quad (75)$$

or indirectly from the heights of the pendulum before and after the collision:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (76)$$

$$\text{and } w = \sqrt{2gh_D} \quad \text{or} \quad w = \sqrt{2gh_R} \quad (77), (78)$$

By means of the pendulum mass, with this method of measurement, high input energies can be realized. One disadvantage, however, are low loading velocities.

#### 4.3.2 Test material

In the tests, two fundamentally different test specimens were used. The first test specimens consisted of glass beads from a production process. These practically ideal test specimens have no shape influence and no anisotropic microstructure, so test results without a wide scatter could be expected. The beads had a diameter of 50  $\mu\text{m}$ , a density of 2.52  $\text{g/cm}^3$ . The compressive strength of the glass was 110 MPa, determined with the help of the point-load test. As expected, the compressive strength varied within narrow bounds (100 to 125 MPa) [17].

The second material was a typical hard rock, quartz porphyry from Hartmannsdorf (Saxony). The test specimens had an irregular shape, but dimensions and weights comparable with the glass beads. The mean compressive strength, also determined in a point-load test, measured 90 MPa. It varied, however, within the bounds from 38 to 213 MPa [32].

#### 4.3.3 Test results

The different deflection of the striking mechanism enables different amounts of energy and accordingly loading veloci-

einen Durchmesser von 50 mm, eine Dichte von  $2,52 \text{ g/cm}^3$ . Die Druckfestigkeit des Glases betrug 110 MPa, ermittelt mit Hilfe des Point-Load Testes. Erwartungsgemäß variierte die Druckfestigkeit in engen Grenzen (100 bis 125 MPa) [17].

Das zweite Material war ein typisches Hartgestein, Quarzporphyr aus Hartmannsdorf (Sachsen). Die Probekörper hatten eine irreguläre Form, aber vergleichbare Abmessungen und Gewichte wie die Glaskugeln. Die mittlere Druckfestigkeit, ebenfalls mit dem Point-Load Test bestimmt, belief sich auf 90 MPa. Sie variierte jedoch in den Grenzen 38 bis 213 MPa [32].

#### 4.3.3 Versuchsergebnisse

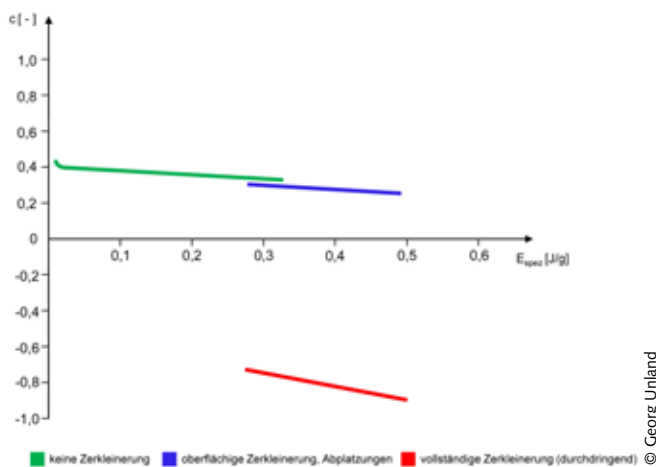
Die unterschiedliche Auslenkung des Schlagwerkes ermöglichte verschiedene Energiebeträge und damit Belastungsgeschwindigkeiten auf die Probekörper wirken zu lassen. Die nicht immer gleiche Masse des Versuchsmaterials kann in der Auswertung ausgeglichen werden, indem die Kollisionszahl in Abhängigkeit der auf die Masse der Probekörper bezogene wirkende Energie  $E_{\text{spez}}$  dargestellt wird.

Die Versuchsergebnisse der Kugeln zeigen drei signifikante Bereiche (Bild 10). Alle Glaskugeln bleiben bis Beaufschlagungsenergien von  $E_{\text{spez}} \approx 0,27 \text{ J/g}$  unzerstört. Die Kollisionszahl beträgt  $c \approx 0,4$ . Ab  $E_{\text{spez}} \approx 0,32 \text{ J/g}$  werden alle Kugeln zerkleinert. Die Kollisionszahl ist bei vollständiger Zerkleinerung dann negativ,  $c \approx -0,8$ . Im Übergangsbereich von  $E_{\text{spez}} \approx 0,27 \text{ J/g}$  bis  $E_{\text{spez}} \approx 0,32 \text{ J/g}$  erfolgt sowohl keine als auch eine Zerkleinerung von Kugeln. Zusätzlich sind im Bereich  $E_{\text{spez}} \approx 0,27 \text{ J/g}$  bis  $E_{\text{spez}} \approx 0,48 \text{ J/g}$  kleinere oberflächliche Zerkleinerungseffekte und Abplatzungen an Kugeln erkennbar. Die Kollisionszahl ist in diesen Fällen stets positiv,  $c \approx 0,3$ . In allen Abschnitten zeigt sich, dass mit wachsender Energiebeaufschlagung  $E_{\text{spez}}$  die Kollisionszahl  $c$  sinkt. Das entspricht der allgemeinen Beobachtung, dass mit wachsender

ties to act on the specimens. The not always uniform mass of the test material can be offset in the evaluation by representing the coefficient of collision as a function of the specific energy  $E_{\text{spez}}$  related to the mass of the test specimens.

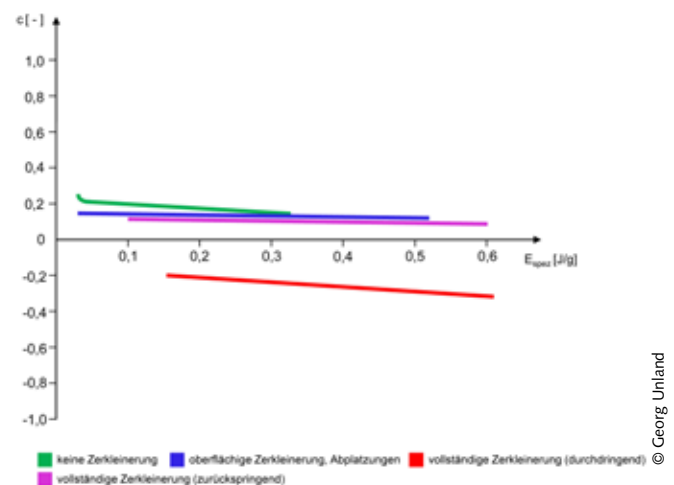
The test results for the balls show three significant areas (Fig. 10). All glass balls remain undestroyed until loading energies of  $E_{\text{spez}} \approx 0.27 \text{ J/g}$  are reached. The coefficient of collision is  $c \approx 0.4$ . From  $E_{\text{spez}} \approx 0.32 \text{ J/g}$ , all balls are comminuted. The coefficient of collision for full comminution is then negative,  $c \approx -0.8$ . In the transition range from  $E_{\text{spez}} \approx 0.27 \text{ J/g}$  to  $E_{\text{spez}} \approx 0.32 \text{ J/g}$ , both no comminution as well as comminution of balls take place. In addition, in the range  $E_{\text{spez}} \approx 0.27 \text{ J/g}$  to  $E_{\text{spez}} \approx 0.48 \text{ J/g}$ , relatively small surface comminution effects and spalling from the balls can be detected. In these cases, the coefficient of collision is always positive,  $c \approx 0.3$ . In all periods, it is shown that with increasing energy impact  $E_{\text{spez}}$ , the coefficient of collision  $c$  falls. That corresponds to the general observation that with increasing impact velocity, the coefficient of restitution  $k$  becomes smaller. The range  $\Delta c$  of the measured coefficient of collision is very small as expected,  $\Delta c < 0.1$ , providing no comminution takes place during the collision. On collision of the glass balls, the range doubles,  $\Delta c \approx 0.2$ . The coefficient of collision  $c$  on elastic-plastic collision always remains positive and greater than that of the rebounding collision with low comminution effects. On complete comminution of the glass balls, a penetrating collision with negative coefficients of collision always occurs. [17]

The coefficients of collision of quartz porphyry show much different curves (Fig. 11). Undestroyed rocks are observed up to impact energies of  $E_{\text{spez}} \approx 0.33 \text{ J/g}$ . The coefficient of collision falls from  $c \approx 0.2$  at  $E_{\text{spez}} \approx 0.04 \text{ J/g}$  to  $c \approx 0.12$  at  $E_{\text{spez}} \approx 0.33 \text{ J/g}$ . The values, however, are more widely spread compared with those of the glass beads,  $\Delta c \approx 0.1$ . Already at energies from  $E_{\text{spez}} \approx 0.04 \text{ J/g}$ , superficial comminution phe-



10 Kollisionszahl  $c$  als Funktion der partikelmassenspezifischen Beaufschlagungsenergie  $E_{\text{spez}}$  (Glaskugeln), Daten aus [17], Mittelwerte

Coefficient of collision  $c$  as a function of the particle-mass-specific loading energy  $E_{\text{spec}}$  (glass balls), data from [17], mean values



11 Kollisionszahl  $c$  als Funktion der partikelmassenspezifischen Beaufschlagungsenergie  $E_{\text{spez}}$  (Quarzporphyr, Hartmannsdorf), Daten aus [32], Mittelwerte

Coefficient of collision  $c$  as a function of the particle-mass-specific loading energy  $E_{\text{spec}}$  (quartz porphyry, Hartmannsdorf), data from [32], mean values



Stoßgeschwindigkeit die Stoßzahl  $k$  kleiner wird. Der Streubereich (Variationsbreite, Spannbreite)  $\Delta c$  der gemessenen Kollisionszahlen ist erwartungsgemäß sehr klein,  $\Delta c < 0,1$ , sofern bei der Kollision keine Zerkleinerung stattfindet. Bei Zerkleinerung der Glaskugeln steigt der Streubereich bis auf das Doppelte,  $\Delta c \approx 0,2$ . Die Kollisionszahl  $c$  bei elastisch-plastischer Kollision bleibt stets positiv und größer als die der zurückspringenden Kollision mit geringen Zerkleinerungseffekten. Bei vollständiger Zerkleinerung der Glaskugeln tritt immer eine durchdringende Kollision mit negativen Kollisionszahlen auf. [17]

Die Kollisionszahlen von Quarzporphyr zeigen deutlich andere Verläufe (**Bild 11**). Unzerstörte Steine treten bis Beaufschlagungsenergien von  $E_{\text{spez}} \approx 0,33 \text{ J/g}$  auf. Die Kollisionszahl fällt von  $c \approx 0,2$  bei  $E_{\text{spez}} \approx 0,04 \text{ J/g}$  auf  $c \approx 0,12$  bei  $E_{\text{spez}} \approx 0,33 \text{ J/g}$ . Die Werte streuen jedoch stärker im Gegensatz zu denen der Glaskugeln,  $\Delta c \approx 0,1$ . Schon bei Energiebeträgen von  $E_{\text{spez}} \approx 0,04 \text{ J/g}$  kommt es zu oberflächlichen Zerkleinerungserscheinungen und Abplatzungen in Folge der irregulären Form der Steine. Die Kollisionszahl reduziert sich von  $c \approx 0,15$  auf  $c \approx 0,1$  bei  $E_{\text{spez}} \approx 0,53 \text{ J/g}$ . Der Streubereich überschreitet dabei einen Wert von  $\Delta c > 0,1$ . Deutliche Unterschiede weisen die Zusammenhänge bei Zerkleinerung der Steine auf. Im Gegensatz zu den Glaskugeln kommen beim Quarzporphyr positive (zurückspringende Kollisionen) und negative (durchschlagende Kollisionen) Kollisionszahlen vor. In einem relativ engen Streubereich von  $\Delta c \approx 0,1$  fällt die Kollisionszahl bei zurückspringender Kollision von  $c \approx 0,12$  auf  $c \approx 0,08$  bei Energiebeträgen von  $E_{\text{spez}} \approx 0,1 \text{ J/g}$  bis  $E_{\text{spez}} \approx 0,6 \text{ J/g}$ . Ab spezifischen Energiebeträgen von  $E_{\text{spez}} \approx 0,15 \text{ J/g}$  tritt auch durchschlagende Kollision auf. Die Kollisionszahl fällt mit einem relativ großen Streubereich von  $\Delta c \approx 0,3$  von  $c \approx -0,2$  bei  $E_{\text{spez}} \approx 0,15 \text{ J/g}$  auf  $c \approx -0,35$  bei  $E_{\text{spez}} \approx 0,6 \text{ J/g}$ . Alle Kollisionsarten zeigen demnach fallende Kollisionszahlverläufe bei wachsenden Energiebeträgen [32].

Die Kollisionszahlen der verschiedenen Kollisionsarten unterscheiden sich deutlich. Erfolgt keine Zerkleinerung wird beim Kontakt der Partikel die Be- und Entlastungsphase durchlaufen. Der energetische Verlust besteht aus der Differenz zwischen der wiedergewonnen elastischen Dehnungsenergie und der absorbierten Verformungsenergie während der Belastungsphase.

Bei der Zerkleinerung eines Partikels kommt es zur Überlagerung unterschiedlicher Effekte. Die Dauer der Kollisionsphase ist verkürzt. Gegenüber der Kollision ohne Zerkleinerung werden nicht alle Phasen durchlaufen. Der Kontakt endet schon abrupt in der Belastungsphase durch das Strukturversagen eines Partikels. Die Belastungsphase ist nicht komplett ausgeprägt. Das bedeutet auf der einen Seite eine theoretisch reduzierte Aufnahme von Verformungsenergie und damit eine reduzierte Möglichkeit elastische Energie wiederzugewinnen sowie auf der anderen Seite einen zusätzlichen Energieverlust in Form von Zerkleinerungsenergie.

Im Vergleich der Kollisionen mit vollständiger Zerkleinerung ist die durchschlagende Kollision energieeffizienter als die zurückspringende Kollision sofern gleiche Zerkleinerungsergebnisse bei gleichen Beaufschlagungsenergien erzielt werden.

nomena and spalling occur as a result of the irregular shape of the rocks. The coefficient of collision is reduced from  $c \approx 0,15$  to  $c \approx 0,1$  at  $E_{\text{spez}} \approx 0,53 \text{ J/g}$ . The range exceeds a value of  $\Delta c > 0,1$ . Considerable differences are shown by the correlations on comminution of the rocks. In contrast to the glass beads, for the quartz porphyry both positive (rebounding collisions) and negative (penetrating collisions) coefficients of collision occur. In a relatively narrow range of  $\Delta c \approx 0,1$ , the coefficient of collision for rebounding collision falls from  $c \approx 0,12$  to  $c \approx 0,08$  at energies from  $E_{\text{spez}} \approx 0,1 \text{ J/g}$  to  $E_{\text{spez}} \approx 0,6 \text{ J/g}$ . From a specific energy of  $E_{\text{spez}} \approx 0,15 \text{ J/g}$ , penetrating collision also takes place. The coefficient of collision falls with a relatively large range of  $\Delta c \approx 0,3$  from  $c \approx -0,2$  at  $E_{\text{spez}} \approx 0,15 \text{ J/g}$  to  $c \approx -0,35$  at  $E_{\text{spez}} \approx 0,6 \text{ J/g}$ . Accordingly, all types of collision show falling coefficient of collision curves with increasing energies [32].

The coefficients of collision of various collision types differ considerably. If no comminution takes place, on contact of the particles the loading and off-loading period are run through. The energetic loss consists of the difference between the recovered elastic strain energy and the absorbed deformation energy during the loading period.

On comminution of a particle, different effects overlap. The duration of the collision period is shortened. Compared to collision without comminution, not all periods are run through. The contact ends abruptly already in the loading period caused by the structural failure of a particle. The loading period is not completely developed. On the one hand, that means a theoretically reduced absorption of deformation energy and therefore a reduced possibility to recover elastic energy and, on the other hand, an additional energy loss in the form of comminution energy.

In the comparison of the collisions with complete comminution, the penetrating collision is more energy efficient than the rebounding collision for the same comminution results being obtained at the same impact energies. The evaluation of the particle size distributions confirms this result. The difference in the energy efficiency can be explained based on the different amount for the deceleration and re-acceleration of the moving work surfaces. In a rebounding collision, the work surface is decelerated to  $0 \text{ m/s}$  and re-accelerated in the opposite direction. In a penetrating collision, there is no complete deceleration of the work surface. It can continue in the direction of movement with reduced velocity.

## 5 Outlook

The broader interpretation of the classical theory of restitution based on collision mechanics enables the characterization of the four sub-processes with one coefficient of collision. Comminution processes show coefficient of collision ranges of  $-1$  to  $+1$  and in the case of energy release processes additionally from  $1$  to  $\infty$ . The values within the ranges depend on the material and the size of the particles as well as on the energy input. The further analysis of these correlations requires relatively large test machines, e.g. for analysis of the influence of the impact velocity or the particle size. On this basis, “comminutability” parameters for

Die Auswertung der Korngrößenverteilungen bestätigt dieses Ergebnis. Die Differenz in der Energieeffizienz ist durch den unterschiedlichen Betrag für das Abbremsen und Wiederbeschleunigen der bewegten Arbeitsflächen zu erklären. Bei einer zurückspringenden Kollision wird die Arbeitsfläche auf 0 m/s abgebremst und in entgegengesetzter Richtung wieder beschleunigt. Bei durchschlagender Kollision erfolgt keine komplette Abbremsung der Arbeitsfläche. Sie kann mit verminderter Geschwindigkeit die Bewegungsrichtung beibehalten.

## 5 Ausblick

Die erweiterte Interpretation der klassischen Stoßtheorie durch die Kollisionsmechanik ermöglicht die vier Teilprozesse durch eine Kollisionszahl zu charakterisieren. Zerkleinerungsprozesse weisen Kollisionszahlbereiche von  $-1$  bis  $+1$  auf und bei Energiefreisetzungprozessen zusätzlich von  $1$  bis  $\infty$ . Die Werte innerhalb der Bereiche hängen vom Material und der Größe der Partikel sowie vom Energieeintrag ab. Die weitere Untersuchung dieser Zusammenhänge erfordert größere Testmaschinen, z.B. zur Analyse des Einflusses der Auftreffgeschwindigkeit oder der Partikelgröße. Auf dieser Grundlage können Kenngrößen der „Zerkleinerbarkeit“ von Partikeln hinsichtlich Prall- und Schlagbeanspruchung abgeleitet und vereinfachte Berechnungsmodelle für Zerkleinerungsmaschinen erstellt werden.

particles in respect of impact and percussion can be derived and simplified calculation models for comminution machines generated.

### Literatur • Literature

- [1] Ahmad, M.; Ismail, K.A. & Mat, F. (2016): Impact Models and Coefficient of Restitution: A Review. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 11, No. 10, S. 6549-6555
- [2] Al-Khasawneh, Y. (2008): Beitrag zur Ermittlung von Zielgrößen für die Auslegung und den Betrieb von Rotorschleuderbrechern mit der Diskret-Äquivalent-Element-Methode (DEEM). Dissertation. Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [3] Antonyuk, S. (2006): Deformations- und Bruchverhalten von kugelförmigen Granulaten bei Druck- und Stoßbeanspruchung. Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg
- [4] Batista, M. (2006): On the Mutual Coefficient of Restitution in Two Car Collinear Collisions. <http://arXiv:physics/0601168v4>
- [5] Brach, R. (1991): Mechanical Impact Dynamics. John Wiley & Sons, Inc., New York, 260 S.
- [6] Burg, H.; Gratzler, W.; Moser, A. & Steffan, H. (2007): Kollisionsmechanik. In: Burg, H. & Moser, A. (Hrsg.): Handbuch Verkehrsunfallrekonstruktion. Vieweg, Wiesbaden, A9
- [7] Ferreira da Silva, M.F. (2007): Meaning and usefulness of the coefficient of restitution. European Journal of Physics 28, S. 1219-1232
- [8] Goldsmith, W. (2001): Impact. Dover Publications, Inc. New York, 379 S.
- [9] Hagen, H. (1965): Stoßvorgänge bei Verkehrsunfällen von Personewagen, untersucht an Modellfahrzeugen. Dissertation. Technische Hochschule München
- [10] Halliday, D.; Resnick, R. & Walker, J. (2009): Physik. Wiley-VCH GmbH & Co.KGaA, Weinheim, 1437 S.
- [11] Höfl, K. (2011): Zerkleinerungs- und Klassiermaschinen. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 432 S.
- [12] Holländer, J. (2001): Berechnung und Analyse von Hammerbrechern. Dissertation. Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [13] Holzmann, G.; Meyer, H. & Schumpich, G. (1972): Technische Mechanik, Teil 2 Kinematik und Kinetik. B.G. Teubner, Stuttgart, 325 S.
- [14] Johnson, K.L. (1989): Contact Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, 452 S.
- [15] Kneschke, A. & Kämmel, G. (1962): Technische Mechanik, 11. Lehrbrief, 2. Auflage. Lehrbriefe der Bergakademie Freiberg. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 62 S.
- [16] Lawn, B. (1993): Fracture of brittle solids. Cambridge University Press, Cambridge, 378 S.
- [17] Lehmann, J. (2020): Analyse der Prallbeanspruchung anhand von Kugeln. Diplomarbeit, Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [18] Marguerre, K. (1968): Technische Mechanik, Dritter Teil: Kinetik. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 158 S.
- [19] Müller, P.; Krengel, D. & Pöschel, T. (2012): Negative coefficient of normal restitution. Physical Review, E 85, S. 041306 1-8
- [20] Plankensteiner, K. (1975): Mathematische Grundlagen für die Rekonstruktion von Fahrzeugstößen. Dissertation. Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
- [21] Rumpf, H. (1959): Beanspruchungstheorie der Prallzerkleinerung. Chemie-Ingenieur-Technik 31, Nr. 5, S. 323-377
- [22] Rychel, R. (2001): Modellierung des Betriebsverhaltens von Rotorschleuderbrechern. Dissertation. Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [23] Schimmelpfennig, K.-H. & Schmedding, K. (1989): Geschwindigkeits-Differenz-Faktor - eine erweiterte Betrachtung der Stoßtheorie. Automobiltechnische Zeitschrift 91, 1
- [24] Stronge, W.J. (2004): Impact Mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, 280 S.
- [25] Tichy, R. (2010): Beitrag zur numerischen Untersuchung von Bewegungs- und Beanspruchungsprofilen in einer Kugelmühle unter Verwendung von physikalisch begründeten Stoßparametern. Dissertation. Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [26] Tipler, P. & Mosca, G. (2006): Physik. Elsevier GmbH, München, 1388 S.
- [27] Unland, G. (2007): The Principles of Single-Particle Crushing. In: Salman, A.; Ghadiri, M. & Hounslow, M. (Hrsg.): Handbook of Powder Technology, Volume 12, Particle Breakage. Elsevier, Amsterdam, S. 117-225
- [28] Wagg, D.J. (2007): A note on coefficient of restitution models including the effects of impact induced vibration. Journal of Sound and Vibration, S. 1071-1078
- [29] Wegner, T. (2005): Prallzerkleinerung grober Einzelpartikel als Auslegungsgrundlage für Rotorprallbrecher. Dissertation, Technische Universität Bergakademie Freiberg
- [30] Weir, G. & Tallon, S. (2005): The coefficient of restitution for normal incident, low velocity particle impacts. Chemical Engineering Science 60, 13, S. 3637-3647
- [31] Wikipedia: [https://wikipedia.org/wiki/Coefficient\\_of\\_restitution](https://wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_restitution). aufgerufen am 11.01.2023, 16:50.
- [32] Yu, C. (2021): Untersuchung von Zerkleinerungsgrößen der Schlagbeanspruchung von Hartgesteinen. Master Thesis, Technische Universität Bergakademie Freiberg